

SUR L'ATMOSPHERE DE LA LUNE PROUVÉE PAR LA DERNIERE ÉCLIPSE ANNULAIRE DU SOLEIL.

PAR M. EULER.

Traduit du Latin.

I.

EN obſervant les momens de l'Eclipſe du Soleil que nous eûmes ici le 25 Juillet 1748. & en rendant compte de mes obſervations *, je n'avois eu pour but que d'arriver à une détermination plus exacte du véritable mouvement de la Lune & de ſa parallaxe. Mais il n'a pas laiſsé de ſe préſenter dans le cours de l'Obſervation de cette Eclipſe quelques autres Phénomenes remarquables, qui ne dépendoient, ni du mouvement de la Lune, ni de ſa parallaxe, mais qui ſembloient donner à connoitre la réalité de la réfraction des rayons qui raſent les bords de la Lune, & décider cette queſtion agitée depuis long tems parmi les Aſtronomes; Si la Lune eſt environnée d'une Atmoſphere, ou non? C'eſt ce qui m'engage à examiner ici plus exactement les phénomenes de cette eſpece, que j'ai obſervés pendant cette Eclipſe, & à en rechercher les cauſes.

* Voy *Memoir.* de 1747. p. 250 & ſuiv.

II. Pour obſerver cette Eclipſe avec plus de ſuccés, & ſoumettre à la meſure tout ce qu'elle offriroit de remarquable, j'avois préparé dans ma maiſon une chambre obſcure, qui regardoit le Midi, & ayant

ayant dirigé vers le Soleil, par un trou pratiqué à la fenêtre, un tube Aſtronomique de 9 pieds, je reçus l'image de cet aſtre ſur un papier blanc. J'affermis ce papier perpendiculairement à l'axe de la Lunette à une diſtance, telle que l'image du Soleil remplit exactement un cercle qui y etoit tracé, & je tirai ce tube jusqu'à ce que l'image fut repreſentée de la maniere la plus diſtincte ſur le papier, & qu'on put diſcerner clairement toutes les taches du Soleil, dont pluſieurs etoien-viſibles ſur ſon disque. La Machine etoit conſtruite de telle ſort te, que tandis que le tube ſuivoit continuellement le mouvement du Soleil, le papier par un mouvement ſemblable, conſervoit toujours la même diſtance à l'egard du tube, de ſorte que l'image du Soleil demeuroit conſtamment dans le cercle tracé ſur le papier.

III. La Machine étant ainsi montée, & l'image du Soleil s'y montrant tout de ſuite aux yeux, j'attendis l'arrivée de l'Eclipſe, dont de petits nuages qui couvroient fréquemment le Soleil ne permirent pas d'obſerver le commencement. Il reſtoit même peu d'eſperance d'obſerver les phaſes ſuivantes de l'Eclipſe, le Ciel ſe couvrant de plus en plus de nuages. Cependant contre notre attente on put fort bien obſerver les principales phaſes, & ſur tout l'anneau pendant toute ſa durée. Comme les momens en ont été déterminés avec beaucoup de préciſion par M. Kies, * & qu'il en a fait ſon rapport à l'Academie, je ne les repeterai pas ici, me bornant uniquement aux choſes qui ſe rapportent au but de ce Mémoire.

* Voy. le *Mémoire* précedant.

IV. La Lune etant déjà entrée dans le disque du Soleil au delà de la moitié, de ſorte que la figure du Soleil paroiſſoit déjà ſemblable à la Lune vers ſes quadratures, & que l'angle qui fermoit ſes cornes, devenoit fort aigu, je remarquai premierement que le disque du Soleil ne demeuroit plus compris dans le cercle tracé ſur notre papier, mais que les pointes des cornes en ſortoient, quoique le bord du Soleil le plus eloigné de ces pointes demeurât cependant toujours dans les limites exactes du cercle. Ce Phénomene ſe préſentoit tel qu'on le voit Fig. I. où AEDEA eſt le cercle tracé ſur le papier, & GAGBG la figure du Soleil éclipſé, dont les pointes G, G, s'étendoient de part & d'autre au delà du cercle, en ſorte que les petites

tes portions EFG débordoient, tandis que le reste du bord EAE étoit encore dans une exacte congruence.

V. Ces pointes G, G, continuoient à déborder de plus en plus hors du cercle, à mesure que les angles G&G des pointes devenoient plus aigus, jusqu'à ce qu'enfin ces pointes se reünirent, & le Soleil se montra sous la forme annulaire, où son disque forma sur le papier un cercle beaucoup plus grand, que celui dans lequel il avoit été d'abord exactement renfermé. Vers le milieu de la durée de cet anneau, on voyoit sa figure peinte sur le papier, telle qu'elle est représentée Fig. 2. où AZBN est le disque du Soleil, dont le point du sommet est en Z, & le point opposé en N, par lequel est menée la droite horizontale AB, dont l'extremité A regarde l'Orient, & l'autre extremité B l'Occident: *azbn* est le disque de la Lune & la droite EF qui passe par les centres C & *c* du Soleil & de la Lune, paroit etre distante de la verticale ZN d'un angle d'environ 40°, car je n'ai pas pris la mesure exacte de cet angle, étant plus attentif à d'autres phenomenes. La plus grande largeur de l'anneau etoit F*f*, & la moindre E*e*, qui etoit estimée égale à peu prés à la quatrieme partie de F*f*.

VI. Par le calcul Astronomique j'ai trouvé pour ce tems le demi-diametre apparent du Soleil = 952″ & le demi-diametre de la Lune = 898″: lesquelles mesures, (avant que le disque du Soleil eut souffert la dilatation qui lui arriva vers le tems, où l'anneau commença à se former,) s'accordent assez exactement avec l'observation, en sorte qu'ici la Theorie n'a aucun besoin d'être corrigée. Je conclus outre cela de la durée de l'anneau, que la distance moindre des centres du Soleil & de la Lune devoit avoir été de 53″ environ; d'où, si l'on suppose que le disque du Soleil n'ait souffert aucun accroissement dans la région F*f*, où etoit la plus grande largeur de l'anneau, puisque nous avons vu que cet accroissement est seulement arrivé dans les endroits, où les bords du Soleil & de la Lune se touchoient réciproquement de plus prés, CF etoit = 952″, *cf* = 898″ & C*c* = 53, & par consequent C*f* = 845, & à cause de cela la plus grande largeur de l'anneau F*f* = 107″, ce qui s'accorde assez exactement avec la figure de l'anneau que nous avons tracée.

VII. Il paroit de là, si le disque du Soleil ne s'etoit pas elargi vers la moindre largeur de l'anneau en E*e*, quelle auroit dû etre cette largeur E*e*. Car si on pose CE = 952″, à cause de *ce* = 898″ & C*e* = 951″, la moindre largeur de l'anneau seroit = 1″; & cependant elle m'a manifestement paru égale à environ la quatrieme partie de la plus grande largeur F*f*. La largeur E*e* étoit donc à peu prés = 26″ quoiqu'elle n'eut cependant pas du avoir plus d'une seconde, si le disque de Soleil n'avoit souffert aucune dilatation. A Francfort sur l'Oder M. *Polack* a observé le même phénomene, & la distance des centres du Soleil & de la Lune y etoit encore moindre qu'ici. Car l'anneau y ayant duré 4′, j'en conclus que la moindre distance des centres a été d'environ 35″, la plus grande largeur de l'anneau ayant été 89″, & la moindre 19″. Mais la moindre largeur etoit estimée comme sousdouble de la plus grande, & par conséquent de 44″, ensorte qu'à Francfort de même qu'ici, le disque du Soleil etoit dilaté de 25″, vers les endroits où la largeur de l'anneau étoit la moindre.

VIII. De là nait donc cette Question: *Quelle a été la cause de la dilatation du disque du Soleil, dans les endroits où le bord de la Lune le touchoit presque interieurement?* Pour la quantité de cette dilatation, que j'ai estimée 25″, je ne la crois pas si certaine, qu'il ne puisse s'y etre glissé une erreur de plusieurs secondes: car, premierement la largeur de l'anneau n'a pu etre si exactement mesurée; & ensuite les couleurs dont le bord du Soleil & celui de la Lune, étoient constamment revêtus, le premier de violet, & l'autre de rouge, empêchoient de discerner les extremités de ces bords. Malgré tout cela il ne sauroit demeurer aucun doute, que la moindre largeur de l'anneau n'ait surpassé ici 10″, & il est à propos d'examiner quelle peut avoir été la cause de sa dilatation.

IX. La Question revient donc à ceci, c'est que nous expliquions, pourquoi l'extremité du bord du Soleil A, qui etant vu par le rayon, AT, qui frise la Lune au point M devroit paroitre contigue de la Lune, n'est pourtant pas vu en A, mais en *a*, le spectateur etant supposé en T; de sorte que le lieu apparent de ce point differe de son vrai lieu de l'angle AT*a*, que nous avons trouvé de 25″, quoique nous l'estimions

mions un peu plus petit? C'eſt en rendant raiſon de cela, qu'on fera comprendre, comment il peut arriver, que lorsque l'anneau ne devroit plus avoir de largeur, ou presque plus, cette largeur reçoit cependant un accroiſſement d'autant de ſecondes, qu'en contient l'angle AT*a*. Car ſi le bord du Soleil s'eloigne de cette maniere de celui de la Lune, dont il eſt tout à fait près, il eſt clair que c'eſt la même cauſe, en vertu de laquelle les cornes du Soleil s'etendent avant & aprés l'anneau, & qu'il faut que la largeur de l'anneau même ſouffre une dilatation, dans l'endroit où elle eſt la moindre.

X. Avant que d'entreprendre l'explication de ce phenomene, il convient d'ecarter d'abord une opinion, qui au premier coup d'oeil n'eſt pas dénuée de probabilité. Ceux qui ont appris par la deſcription des autres Eclipſes annulaires du Soleil, que les deux largeurs de l'anneau, la plus grande & la plus petite, ſont enſemble une ſomme, plus grande que la difference entre les diametres apparens du Soleil & de la Lune; ceux, dis-je, auxquels cette obſervation eſt connüe, ont ſoupçonné pour l'ordinaire que, dans l'Eclipſe annulaire de Soleil, le diametre de la Lune paroit un peu moindre, qu'il ne feroit, ſi on le voyoit hors du Soleil. Mais de la maniere, dont nous avons procedé à l'obſervation, il étoit parfaitement clair que la Lune n'avoit point ſouffert de diminution, mais que c'etoit le Soleil qui avoit reçu quelque accroiſſement. Car ceux qui pendant l'Eclipſe même ont meſuré le diametre de la Lune, l'ont trouvé parfaitement conforme au calcul.

XI. Pour revenir donc à cet aggrandiſſement du disque du Soleil, obſervé pendant l'Eclipſe annulaire, on s'apperçoit d'abord, & par une legere attention à ce phenomene, que la cauſe doit en être cherchée dans la réfraction des rayons qui raſent le corps de la Lune. En effet on comprend aiſément, que ſi la Lune etoit environnée de quelque Atmosphere ſemblable à la notre, il devroit à cauſe de la réfraction des rayons qui la traverſent obliquement, en réſulter pleinement le même phénomene, qui conſiſte dans la défléxion des rayons. Non ſeulement donc il ne paroit reſter aucun doute, qu'on doive attribuër à la Lune une certaine Atmoſphere, mais on peut auſſi déterminer

miner la densité même de cette Atmosphere par la quantité de la réfraction.

Fig. 4. XII. Soit donc le corps de la Lune EMF ceint d'une Atmosphere déliée PQR, que nous supposerons être de la même densité dans toute sa hauteur, quoique sans doute elle devienne, comme celle de la Terre, toujours plus rare, à mesure qu'elle s'eloigne de la surface, jusqu'à ce qu'enfin elle se confond insensiblement avec l'ether, qui remplit tout l'espace celeste. Car comme nous savons par d'autres phenomenes, que l'Atmosphere de la Lune est trés subtile, en comparaison de celle dont la Terre est environnée, nous pourrons négliger sans erreur la diverse rareté qui peut y avoir lieu, suivant les diverses distances de la surface de la Lune. Cela posé, chaque rayon de lumiere qui entre dans l'Atmosphere de la Lune, souffrira une certaine réfraction, aprés laquelle il traversera l'Atmosphere en ligne droite, & lorsqu'il en sortira de nouveau pour rentrer dans l'ether, il éprouvera une nouvelle réfraction semblable à la premiere.

XIII. Considerons à présent le rayon de lumiere SP, partant du point S, soit que ce soit une Etoile, ou une particule appartenante au Soleil, lequel rayon tombe dans l'Atmosphere de la Lune en P, de maniere qu'aprés sa réfraction il rase la surface de la Lune en M. Le spectateur donc placé au point M de la Lune, n'apperçoit pas à cause de la réfraction le point S dans son vrai lieu, mais en σ, & ce point lui sera representé dans le Ciel par le rayon MP prolongé aprés sa réfraction. Or comme cette droite MP, parce qu'elle touche la surface de la Lune, représente l'horizon Lunaire, le spectateur placé en M appercevra un point lumineux dans l'horizon, lorsque ce point est encore effectivement caché sous l'horizon à l'angle SPσ; cet angle SPσ sera donc égal à la réfraction horizontale, que les habitans de la Lune doivent sentir. Appellons donc cet angle SPσ, ou la réfraction horizontale vüe dans la Lune $= \alpha$, jusqu'à ce que nous puissions définir sa valeur avec plus de précision.

XIV. De plus, que ce rayon PM traverse toute l'Atmosphere de la Lune, & qu'il souffre une nouvelle réfraction en Q, où il entre dans

dans l'ether, d'où suivant la ligne droite Q T il parvienne jusqu'à la Terre, & frappe l'oeil de l'observateur en T. Cet observateur jugera donc que le point lumineux, d'où ce rayon partoit, est dans la direction prolongée T Q, & par consequent situé en s. Mais, si la Lune n'avoit pas été placée entre deux, l'observateur auroit apperçu ce même point dans son vraï lieu S. Que si la distance de ce point S est extrémement grande, eu égard à la distance de la Lune à la Terre, sans cet effet de la Lune, l'observateur T devroit l'appercevoir dans une direction parallele à la droite PS, laquelle à cause de l'angle PQs egal à l'angle $SP\sigma = \alpha$, sera inclinée à la direction TQ de l'angle double $= 2\,\alpha$.

XV. Si donc la Lune n'avoit point d'Atmosphere, le point S seroit entierement invisible pour l'observateur placé en T, & demeureroit caché derriere la Lune à une distance de son bord $= \alpha$. C'est donc l'Atmosphere de la Lune qui rendra ce point S visible, & le montrera à l'observateur T, comme s'il etoit en s; & comme le bord de la Lune M, à cause du rayon MQT, se rapporte au même point du Ciel s, l'observateur placé en T appercevra un point lumineux S, contigu au bord de la Lune M; en sorte que la réfraction de l'Atmosphere Lunaire transportera dans le Ciel le point S de son vrai lieu S par l'espace $Ss = 2\,\alpha$. Donc la vüe d'une Etoile, ou d'un autre point lumineux quelconque dans le Ciel, ne nous est dérobée par la Lune, que quand ce point s'est déjà caché derriere elle au delà de l'espace $= 2\,\alpha$. Tant que cet espace est moindre, le point demeure visible hors du bord de la Lune.

XVI. Mais considerons aussi le cas, où le rayon S P pénétrant par l'Atmosphere de la Lune, ne rase plus son bord, mais passe à une distance donnée MN. Ce rayon souffrira donc une moindre réfraction, tant en P qu'en Q, puisqu'on doit concevoir l'Atmosphere plus rare, à mesure qu'elle s'eloigne de la Lune; néanmoins on pourra également dans cette région plus rare considerer comme une ligne droite la route que le rayon P Q suit en traversant l'Atmosphere. Car un spectateur étant placé à la hauteur M N au dessus de la surface de la Lune, appercevra sans doute une moindre réfraction horizon- Fig

O 3 tale

tale des Etoiles, & c'est à cette refraction que sera égale l'angle $SP\sigma$, par lequel l'astre S paroitra élevé ; & parce que le rayon P Q, qui parvient jusqu'à la Terre T, souffre une pareille réfraction en Q, l'observateur placé sur la Terre en T verra le point lumineux S situé en s, en sorte que l'intervalle Ss sera égal dans le Ciel au double angle $SP\sigma$.

XVII. Soit la distance M N de la surface de la Lune telle, que l'observateur placé sur la Terre en T la voye sous l'angle x, & comme toute la hauteur M K de l'Atmosphere de la Lune est fort petite, & la réfraction même trés petite en Q, le lieu apparent s de l'Etoile S lui paroitra distant du même intervalle $= x$ du bord M de la Lune. Mais le vrai lieu de cette Etoile qu'il appercevroit, si la Lune n'avoit point d'Atmosphere, sera plus proche du centre de la Lune de l'intervalle sS, qui se mesure par le double angle $SP\sigma$. Si donc cet angle $SP\sigma$, où la réfraction horizontale, qui répond à la hauteur, $MN = x$ au dessus de la surface de la Lune, est posée $= \zeta$, & qu'on voye l'Etoile éloignée du bord de la Lune de l'intervalle $= x$, il faut, pour en inferer le vrai lieu de l'Etoile, approcher le lieu apparent vers le centre de la Lune par l'intervalle $sS = 2\zeta$. D'où, si pour chaque distance x du bord de la Lune on étoit assuré de la réfraction horizontale ζ qui y répond, il seroit aisé de déterminer le vrai lieu de chaque Etoile par son lieu apparent.

XVIII. La dilatation de l'anneau Solaire observée à Berlin, donne lieu de conclurre, que comme l'anneau, lorsqu'il étoit le plus étroit, ne devoit avoir qu'une seconde, cette largeur qui étoit prête à s'evanouïr a reçu un accroissement de $25''$, environ. Par conséquent si le bord du Soleil, ou quelque Etoile, ont paru à $25''$ de distance du bord de la Lune, la vraye distance doit etre estimée tout à fait nulle, à moins que peut être, à cause des raisons déjà indiquées, au lieu de $25''$ il ne faille choisir un moindre nombre, comme 20 ou 15. Alors nous savons par les Observations trés abondantes, dont on se sert communément pour combattre l'Atmosphere de la Lune, que dés que la distance d'une Etoile au bord de la Lune surpasse seulement une

une minute, le changement que la réfraction Lunaire apporte à son lieu, devient tout à fait imperceptible.

XIX. Comme il paroit extremement difficile de déterminer par la theorie de la réfraction, l'effet de cette réfraction pour chaque distance du bord de la Lune, parce que la diminution de la densité de l'Atmosphere nous est inconnüe, il ne paroit y avoir de meilleur moyen à employer que celui de l'estimation, en cherchant une formule, qui satisfasse le mieux aux phenomenes. Soit donc la distance apparente d'une Etoile quelconque à l'egard du bord de la Lune $= x''$, & l'effet de la réfraction qui répond à cette distance $= z''$, en sorte qu'on obtienne par ce moyen le vrai lieu de l'Etoile, en approchant davantage du centre de la Lune le lieu apparent de z''. Il faudra donc définir cette correction z par la distance x, de maniere qu'en posant $x = 20$, il en résulte aussi $z = 20$; mais qu'au cas que x soit $= 60$, alors la valeur de z devienne si petite qu'on ne puisse presque l'appercevoir; comme si elle etoit de $5''$.

XX. Pour cet effet je prendrai une formule plus étenduë, & j'etablirai $z = \frac{A}{1 + B x^n}$, parce que je vois qu'une telle formule est extrémement commode, lors que la distance x devient considerable, pour faire que la valeur z soit la plus petite possible, pourvu que l'exposant n ne soit que médiocrement grand. Que si l'on prend $n = 2$, & qu'on satisfasse aux deux conditions précedentes, on trouvera cette formule, $z = \frac{32}{1 + 0,0015\, x x}$, ou $z = \frac{32}{1 + \frac{1}{666} x x}$; mais si, au lieu de $5''$ que nous attribuons à la distance $x = 60''$, nous posons $4''$, cela donnera $z = \frac{40}{1 + \frac{1}{400} x x}$. Nous nous servirons donc un peu de cette formule, comme de la plus simple, jusqu'à ce que nous puissions en employer une plus certaine; car, quand même il y auroit de l'erreur, les conclusions qui en seront tirées, ne s'ecar-

s'écarteront pourtant pas de la verité, d'une maniere qui soit sensible.

XXI. C'est donc sur cette formule que j'ai construit la Table suivante, qui pour chaque distance apparente, où un Astre se trouve au bord de la Lune, fournit la correction suivant laquelle cette distance doit être diminuée, pour découvrir la veritable. La distance apparente du bord de la Lune est marquée par x, & la correction, ou l'effet de la refraction par z.

x	z	x	z	x	z	x	z	x	z	x	z
0″	40″	10″	32″	20″	20″	30″	12″	40″	8″	90″	2″
1	40	11	31	21	19	31	12	45	7	100	2
2	40	12	29	22	18	32	11	50	6	110	1
3	39	13	28	23	17	33	11	55	5	120	1
4	38	14	27	24	16	34	10	60	4	130	1
5	37	15	26	25	15	35	10	65	4	140	1
6	36	16	24	26	15	36	10	70	3	150	1
7	35	17	23	27	14	37	9	75	3	160	1
8	34	18	22	28	13	38	9	80	2	170	$\frac{1}{2}$
9	33	19	21	29	13	39	8	85	2	180	$\frac{1}{4}$
10	32	20	20	30	12	40	8	90	2		

XXII. En suivant donc cette Table, on satisfait non seulement au phénomene de la derniere Eclipse de Soleil, en sorte que le bord du Soleil est effectivement contigu au bord de la Lune, lorsqu'il paroit en être distant de 20″, mais encore on reconnoit par là que l'effet de la réfraction Lunaire a été imperceptible, avant que la proximité du bord de la Lune ait été au dessous d'une minute. En effet nous avons vu qu' à la distance de 180″, ou 3′, l'effet n'alloit pas même à une seconde; & pouvoit par conséquent être compté pour rien; ce qui s'accorde parfaitement avec les Observations. Or comme cette Table indique, que si la distance apparente x evanouït tout à fait, l'effet de la refraction est 40″, c'est à dire, que le point lumineux est

eſt effectivement caché à cet intervalle derriere le disque de la Lune : ſi ce nombre étoit exactement juſte, il s'enſuivroit que la réfraction horizontale pour les habitans de la Lune eſt de 20″. On comprend donc en même tems, que quand même cette Table renfermeroit quelque erreur, cependant la réfraction horizontale ne s'ecarteroit pas beaucoup du vrai.

XXIII. Auſſi-tot donc que le bord du Soleil eſt caché moins de 40″, derriere la Lune, il doit nous être viſible ; d'où il réſulte, que ſi nous voulons définir une Eclipſe annulaire du Soleil par le calcul, le commencement de l'anneau arrivera, avant que la diſtance des centres devienne égale à l'excés du demi-diametre du Soleil ſur le demi-diametre de la Lune : & de la même maniere, l'anneau diſparoîtra un peu aprés que la diſtance des centres eſt devenue égale à la difference des demi-diametres. C'eſt à dire, que ſi l'on prend la parallaxe horizontale dans la Lune de 20″, l'anneau devroit paroitre auſsi-tot que la diſtance des centres ſurpaſſeroit de 40″ la difference des demi-diametres ; & par conſéquent l'Eclipſe ſeroit annulaire, quand même la diſtance des centres ne deviendroit jamais moindre, que la difference des demi-diametres, pourvu que cette diſtance ne ſurpaſſe pas cette difference de plus de 40″. L'Atmoſphere de la Lune fait donc qu'une Eclipſe, qui ſans elle ne ſeroit pas annulaire, paroit cependant telle ; & que l'anneau dure plus longtems, qu'il ne devroit durer ſuivant le calcul, en négligeant l'effet de l'Atmoſphere de la Lune.

XXIV. L'anneau ne ſauroit pourtant paroitre durer auſsi longtems, que cette réfraction de 40″ le demanderoit ; car, de même que l'eclat du Soleil empêche de voir les Etoiles dans le Ciel, il eſt fort vraiſemblable que l'anneau ne ſauroit être apperçu du coté où il eſt trop étroit. En effet, tant que la largeur de l'anneau eſt extrémement petite, & ne s'accroit pas au delà de quelques ſecondes, elle ſera inviſible, & l'anneau ne ſe montrera, qu' aprés avoir aquis une largeur conſiderable. J'ai auſſi obſervé dans la derniere Eclipſe que l'anneau avoit paru tout à coup avec une largeur remarquable, & qu'il ne s'etoit point formé peu à peu & par degrés ; ce qui prouve manifeſtement, qu'à cauſe de la lumiere du reſte du Soleil, cet anneau

neau n'a pu devenir visible, qu'aprés avoir aquis une largeur suffisante pour faire impression sur notre vüe.

XXV. Il convient aussi de remarquer ici, que ceux qui ont regardé directement le Soleil par un tube Astronomique, ont vu plus longtems l'anneau, que ceux qui ont consideré l'Image du Soleil representée sur le papier. Les premiers l'ont apperçû pendant l'espace de 82″, au lieu qu'il s'est à peine montré aux autres pendant une minute entiere. La raison de cette difference vient sans doute de ce que ceux qui regardoient le Soleil, recevoient une plus forte impresion de ses rayons, & pouvoient par conséquent remarquer l'anneau, lorsque sa largeur étoit encore fort petite, au lieu que l'image du Soleil se peignant beaucoup plus foiblement sur le papier, il n'est pas étonnant que l'anneau ait commencé à y paroitre plus tard, & ait fini plutot; puisqu'ayant encore une largeur assez considerable, l'impresion qu'en recevoit le papier étoit pourtant trop foible pour être apperçüe.

XXVI. C'est aussi pour cela que tant avant qu'aprés l'anneau, lors que le Soleil paroissoit en croissant, les pointes de ses cornes ne s'exprimoient pas parfaitement sur le papier, mais elles paroissoient obtuses, & comme coupées vers les extremités; phénomene, dont la cause est manifeste par tout ce que nous avons dit. En effet les extremités des pointes G & G (Fig. I.) étoient trop étroites, pour que les rayons qui en partoient, produisissent leur image sur le papier, ou dans l'oeil. Car, dés là que la largeur de cette pointe ne surpassoit pas le diametre d'une Etoile, qui auroit été invisible dans cet endroit, elle ne pouvoit arriver à l'oeil de l'observateur; & dans l'endroit où l'on voyoit le bout des cornes, il y avoit déjà une largeur assez considerable. Ce phénomene est donc semblable à celui que nous avons rapporté cidessus, par rapport à la largeur que l'anneau doit avoir, avant que d'affecter le sens de la vüe.

XXVII. Pour cette cause donc, il ne faut pas placer le commencement de l'anneau à l'instant, où la distance des centres du Soleil & de la Lune excede de 40″ la difference des demi-diametres, si tant est que nous estimions juste la réfraction horizontale dans la Lune

en la faiſant de 20″ ; mais le commencement de l'anneau doit être placé où ſa largeur devient aſſez grande, pour ſurpaſſer le diametre des Etoiles inviſibles dans cette région. Quant à moi, la largeur de l'anneau, au moment qu'il a paru, ne m'a pas ſemblé moindre que de 20″; d'où l'on peut inferer que l'anneau ne devient viſible, quequand ſa largeur s'eſt accrüe au delà de 20″, & qu' alors il commence à ſe montrer tout à coup avec cette largeur. On ne ſauroit pourtant définir ce terme avec certitude, puisqu' à proportion de la bonté du tube par lequel on regarde le Soleil, on apperçoit l'anneau ſe fermer plutot, ou plus tard; & lorsqu'on reçoit l'image du Soleil ſur le papier, cette difference s'etend encore plus loin.

XXVIII. Pour définir par le calcul les Eclipſes annulaires de Soleil, ſoit Fig. 1.

le demi-diametre apparent du Soleil $= a$
le demi-diametre apparent de la Lune $= b$
& la difference des demi-diametres $a - b = d$.

Soit de plus la droite AB la route apparente du centre de la Lune à l'egard du centre du Soleil, qui ſoit conſideré comme immobile en S. Alors la perpendiculaire SL tombant ſur AB fournira la moindre diſtance des centres, qui ſoit $SL = c$, & cette diſtance SL ſera fort petite, ſi l'Eclipſe eſt annulaire. Que l'Eclipſe commence, lorsque le centre de la Lune parviendra en A, & que la fin tombe en B; la droite SA auſsi bien que SB ſera donc égale à la ſomme des demi-diametres $a + b$; & parceque SL eſt ſi petite, la droite même AB, ou la route apparente, que le centre de la Lune décrit depuis le commencement jusqu'à la fin, pourra être cenſée égale à la ſomme SA + SB, en ſorte que AB ſoit $= 2a + 2b$.

XXIX. Soit de plus t le tems de toute l'Eclipſe, & le centre de la Lune peut être ſuppoſé parcourir l'eſpace $AB = 2a + 2b$ d'une maniere uniforme pendant le tems t. Ces choſes etant poſées, l'anneau commencera à paroître, lorsque le centre de la Lune ſera parvenu en M, en ſorte que SM ſoit égal à la difference des demi-diametres $a - b = d$, augmentée d'abord de 40″, & enſuite diminuée de la quantité que doit avoir la largeur de l'anneau, avant que de devenir viſible. Si donc nous ſuppoſons que l'anneau ne puiſſe être apperçu,

P 2 à moins

à moins que sa largeur ne surpasse 20″, le commencement de l'anneau tombera sur M, en sorte que $SM = d + 40'' - 20'' = d + 20''$; & de la même maniere, en prenant $SN = d + 20''$, la fin de l'anneau s'accordera avec le lieu du centre de la Lune N. Pourvû donc que $d + 20''$ soit plus grand que $SL = c$, l'Eclipse sera annulaire, c'est à dire, pourvû que la moindre distance des centres SL soit moindre que $d + 20''$.

XXX. On trouvera donc la durée de l'anneau, en cherchant la quatrieme proportionelle aux distances AB, MN & de tems t, Or ML sera $= \sqrt{((d+20'')^2 - u)}$, & par conséquent $MN = 2(\sqrt{(d+20'')^2 - cc})$, d'où si l'on nomme le tems, pendant lequel l'anneau est visible, $= \theta$, on aura

$$2a + 2b : 2\sqrt{((d+20'')^2 - cc)} = t : \theta$$

& par conf. $(d+20'')^2 tt - cctt = (a+b)^2 \theta\theta$.

De là, si la durée de l'anneau θ est connüe, aussi bien que la durée de l'Eclipse entiere t, & les demi-diametres apparens du Soleil & de la Lune a & b, d'où l'on a $d = a - b$, on conclurra réciproquement de l'observation de l'Eclipse annulaire la moindre distance des centres du Soleil & de la Lune $SL = c$. Car on aura

$$c = \sqrt{\left((d+20'')^2 - (a+b)^2 \frac{\theta\theta}{tt}\right)}$$

XXXI. A présent, si nous voulons appliquer cette formule à la derniere Eclipse annulaire de Soleil, nous avions

le demi-diametre apparent du Soleil $a = 952''$

le demi-diametre apparent de la Lune $b = 898$

& par conf. $a - b = d = 54''$, & $d + 20'' = 74''$.

Ensuite le tems de l'Eclipse entiere, recueilli des observations, est 3h, 6′, & le tems de la durée de l'anneau 1′, 22″ ; d'où résultera $t = 1160''$ & $\theta = 82''$, & à cause de $a + b = 1850$, on trouvera la moindre distance des centres $SL = c = \sqrt{(74^2 - \frac{1850^2\ 82^2}{1160^2})} = \sqrt{5291} = 72''$, 44‴. La moindre distance des centres auroit donc été $72\frac{3}{4}$ secondes, que par le calcul j'avois néanmoins trouvée seulement de 51″.

XXXII.

XXXII. Or j'ai fait voir dans ma Differtation precedente *, où j'ai ramené cette Eclipfe au calcul, que la parallaxe de la Lune, telle qu'on la fuppofe ordinairement dans les Tables, doit être confiderablement diminuée, afin que la moindre diftance des centres aille à 51'', & il faudroit qu'elle le fut encore beaucoup davantage pour que cette augmentation de la moindre diftance des centres parvint jusqu'à 72''. Or, comme les élémens de cette Eclipfe ne paroiffent pas differer fi confiderablement du vrai, il eft plus vraifemblable que la difference des demi-diametres d ne doit pas être augmentée de 20'', mais d'un moindre nombre; ce qui arriveroit, fi la réfraction horizontale dans la Lune n'etoit pas mife à 20'', mais feulement à 15''; car alors, au lieu de $d + 20$, il faudroit écrire $d + 10''$, ou 64'', d'où réfulteroit $c = 62\frac{1}{2}''$, en forte que la diftance des centres trouvée par le calcul de 51'' devroit feulement être augmentée de $11\frac{1}{2}$; or il eft affez probable que les élémens de cette Eclipfe demandent cette petite correction.

* Voyez. *Mem.* de 1747 p. 250. & f.

XXXIII. Ces argumens établiffent donc d'une maniere indubitable, que la Lune a aufsi une Atmofphere, quoiqu'elle foit peut-être encore plus déliée, que ne l'eftiment nos obfervations. Car le difque du Soleil ayant reçu un accroiffement remarquable vers le milieu de l'Eclipfe, quoiqu'on n'ait pas pu le mefurer avec exactitude, ce phénomene ne peut être attribué à aucune autre caufe qu'à l'Atmofphere de la Lune. Je ne demande pourtant pas, qu'on faffe trop de fonds fur les déterminations que j'ai données pour la réfraction des rayons qui paffent par l'Atmofphere de la Lune; & il eft même fort vraifemblable par les obfervations comparées à la Theorie, que la réfraction horizontale de la Lune, que j'avois mife à 20'', va à peine au delà de 10''; d'où le diametre du Soleil peut recevoir un accroiffement de 20''. Mais il eft encore moins pofsible d'etablir quelque chofe de certain fur la diminution de cette réfraction, d'une maniere qui convienne aux rayons qui paffent plus loin de la Lune; quoique cette diminution paroiffe fi grande, que la réfraction devient tout à fait imperceptible, pour les rayons qui traverfent l'Atmofphere de la Lune à quelques minutes de diftance de fon bord.

XXXIV. S'il nous arrivoit d'obſerver encore une fois une ſemblable Eclipſe annulaire de Soleil, il faudroit ſoumettre à une meſure exacte tous les phénomenes que nous fourniroit l'accroiſſement du disque du Soleil, afin de définir par là non ſeulement la réfraction des rayons qui raſent le bord de la Lune, mais encore la Loi que ſuit la réfraction, à l'egard des rayons qui paſſent plus loin de la Lune. Mais comme il n'eſt presque pas permis de nous attendre encore à une pareille Eclipſe, il faudra recourir à d'autres phénomenes, qui s'offrent plus ſouvent à nos regards. De ce genre ceux qui nous paroiſſent les plus propres au but dont il s'agit, ce ſont les occultations des Etoiles fixes par la Lune; car, comme on peut appercevoir une Etoile fixe jusqu'à ce qu'elle devienne contiguë à la Lune, il faudra qu'on remarque dans ſon lieu quelque changement, qui proviendra de la réfraction Lunaire, pourvû que les inſtrumens ſe trouvent aſſez exacts pour indiquer ces petits détails.

XXXV. Qu'on faſſe donc choix d'une Etoile fixe, ſi voiſine de celle qui ſouffrira l'occultation de la Lune, qu'on puiſſe les voir toutes deux à la fois par le tube; & que peu de tems avant que l'occultation arrive, on meſure par le moyen d'un excellent Micrometre la diſtance de ces Etoiles, qui paroit pouvoir ſe trouver à une ſeconde près, pourvu que la longueur du tube ne ſoit pas moindre de dix pieds, & que la diſtance des Etoiles n'excede pas 15'. De cette maniere, parce que les rayons qui partent de l'Etoile qui va entrer dans l'occultation, ne ſouffrent encore aucune réfraction, on trouvera la vraye diſtance de ces Etoiles aſſez exactement exprimée en ſecondes. Alors qu'on attende l'occultation, & qu'au moment même où elle arrive, on meſure de nouveau la diſtance de ces Etoiles, en remarquant la difference entre cette diſtance actuelle, & celle qui avoit été trouvée auparavant; & de la comparaiſon de ces diſtances on conclurra aiſément la réfraction horizontale de la Lune, pourvû que le diametre apparent de la Lune ait été connu, auſſi bien que ſa ſituation à l'egard des deux Etoiles au moment de l'occultation; & ſi l'on ne peut déterminer ces choſes en même tems par l'obſervation, il n'y a qu'à les tirer de la Theorie du mouvement de la Lune.

XXXVI.

XXXVI. En effet, soit la distance vraye des Etoiles $= m''$, que le Micrometre aura indiquée longtems avant l'occultation, & qu'au moment même de l'occultation, l'Etoile qui va la souffrir, paroisse au bord de la Lune au point S; que l'autre Etoile soit en A, & alors supposons que la distance AS de ces Etoiles soit trouvée moindre, en sorte que AS soit $= m'' - \mu''$. De plus, comme par la Theorie le demi-diametre apparent de la Lune est assez exactement donné, & qu'on peut connoître l'angle ASL, ou par la Theorie, ou par la durée de l'occultation, ou de quelque autre maniere; soit cet angle ASL $= \phi$, & parce qu'à cause de la réfraction le lieu de l'Etoile s'eloigne du centre de la Lune, que le vrai lieu de l'Etoile soit dans ce moment en s, on aura $As = m''$, & si $At = As$ on retranche $ST = \mu''$, d'où à cause de l'angle $Sst = 180° - \phi$, on conclurra assez exactement l'effet de la réfraction $Ss = \frac{\mu''}{\cos(180° - \phi)}$ $= - \frac{\mu''}{\cos \phi}$, à la moitié duquel la réfraction horizontale de la Lune doit etre censée égale.

Fig. 2.

XXXVII. On fera bien de choisir, pour parvenir à cette fin, les occultations dans lesquelles l'Etoile fixe S entre sous le bord obscur de la Lune, ce qui arrive vers le premier quartier. Car si l'Etoile arrive au bord éclairé de la Lune, sa lumiere est déjà offusquée avant l'occultation par l'eclat de la Lune, de maniere qu'elle disparoit avant le moment de l'occultation, à moins qu'elle ne soit de la premiere grandeur. En effet, quoique dans ce cas le bord de la Lune ne paroisse pas, cependant le moment même de l'occultation indique cet instant, où l'Etoile étoit contiguë au bord de la Lune. Cependant il ne sera pas inutile d'examiner aussi quelquefois l'arrivée des Etoiles au bord éclairé de la Lune, pour connoître par là, s'il y a quelque difference entre la réfraction auprés du bord éclairé, & la réfraction auprés du bord obscur? Car l'Atmosphére de la Lune étant continuellement exposée aux rayons du Soleil du coté de la région éclairée, on a lieu de soupçonner qu'elle est tellement attenuée dans ce tems-là,

que

que la réfraction en devient beaucoup moindre. Et c'est peut-être là la cause, qui a empêché de remarquer jusqu'ici cet effet de la réfraction dans les occultations.

XXXVIII. Ensuite une des choses auxquelles il faut apporter le plus de soin, c'est, avant que l'Etoile se cache, de rechercher perpetuellement, & à chaque moment, avec une extrême diligence, sa distance de l'autre Etoile fixe, parce que nous avons prouvé que cette distance doit diminuer peu à peu, avant son arrivée au bord de la Lune. Car, par cette suite d'observations, & en appellant la Theorie au secours, on pourra conclurre pour chaque Observation la distance apparente de l'Etoile au bord de la Lune, & l'on pourra déterminer la réfraction qui lui convient, d'une maniere semblable à celle qui j'ai recommandée ci-devant pour le moment même de l'occultation. Et aprés que plusieurs Observations de cette nature auront été faites avec exactitude, on pourra s'en servir pour corriger la Table donnée au §. XXI. ou plutot pour en dresser sans peine une nouvelle, à l'aide de laquelle tous les phénomenes, qui naissent de l'Atmosphere de la Lune, pourront dans la suite être assignés avec beaucoup d'exactitude.

XXXIX. On n'a donc pas le moindre sujet de s'etonner que cette célébre Question, agitée déjà depuis longtems parmi les Astronomes; *Si la Lune a une Atmosphere, ou non?* n'ait pas encore été decidée. Car, quoique les occultations des Etoiles fixes par la Lune arrivent trés fréquemment, cependant l'effet de la réfraction est si petit dans les Etoiles fixes elles-mêmes, qui souffrent l'occultation, qu'on ne peut l'appercevoir en aucune maniere, à moins que leurs distances n'ayent déjà été trés soigneusement examinées par d'autres, & qu'on ne les mesure de nouveau avec toute l'exactitude possible, vers le tems même de l'occultation. Or il n'y a peut-être eu encore aucun Astronome, auquel il soit venu dans l'esprit de suivre cette voye pour faire des recherches sur l'Atmosphere de la Lune; ou s'il y en a eu qui soient par hazard tombés sur cette methode, ils ont été forcés d'abandonner leur travail, faute d'instrumens assez exacts. Je ne sai, si ceux qui voudroient présentement prendre cette peine, ne

seroient

feroient pas bien de préferer le Micrometre de feu Mr. *Kirch*, pourvû que les vis fe terminent interieurement en pointe, à tous ceux qu'on fait à prefent avec tant de foin & à grands fraix. Car pourvu que les pointes des vis foyent une fois appliquées aux deux Etoiles, on s'appercevra facilement, fi la diftance des Etoiles diminuë, & la diminution même fe définira avec tout aussi peu de peine par la révolution des vis.

XL. Les principes d'une faine Phyfique mettent eux mêmes l'Atmosphere de la Lune hors de doute ; mais ce que les Obfervations nous ont découvert, n'en eft pas moins admirable, c'eft que cette Atmosphere de la Lune foit d'une fi grande tenuïté, que fon effet eft presque imperceptible. Car la réfraction horizontale fur la Terre étant de plus d'un demi degré, fi la Lune avoit une pareille Atmofphere, les Aftres, en approchant du bord de la Lune, feroient transportés de leur place de plus d'un degré. Mais cet effet furpaffant à peine 20″, il faut que l'air de la Lune foit presque 200 fois plus rare que le notre : d'où l'on peut conclurre, ou qu'il ne monte point du tout de vapeurs de la furface de la Lune, ou que la matiere de la Lune eft fi folide & fi féche, qu'elle n'eft presque fujette à aucune évaporation. Aussi par l'ufage des longs tubes les Aftronomes ont déjà appris, que ces taches obfcures dans la Lune, qui font prifes vulgairement pour des eaux & des lacs, doivent plutot être des lieux arides, des cavernes, ou des forets, que des contrées humides.

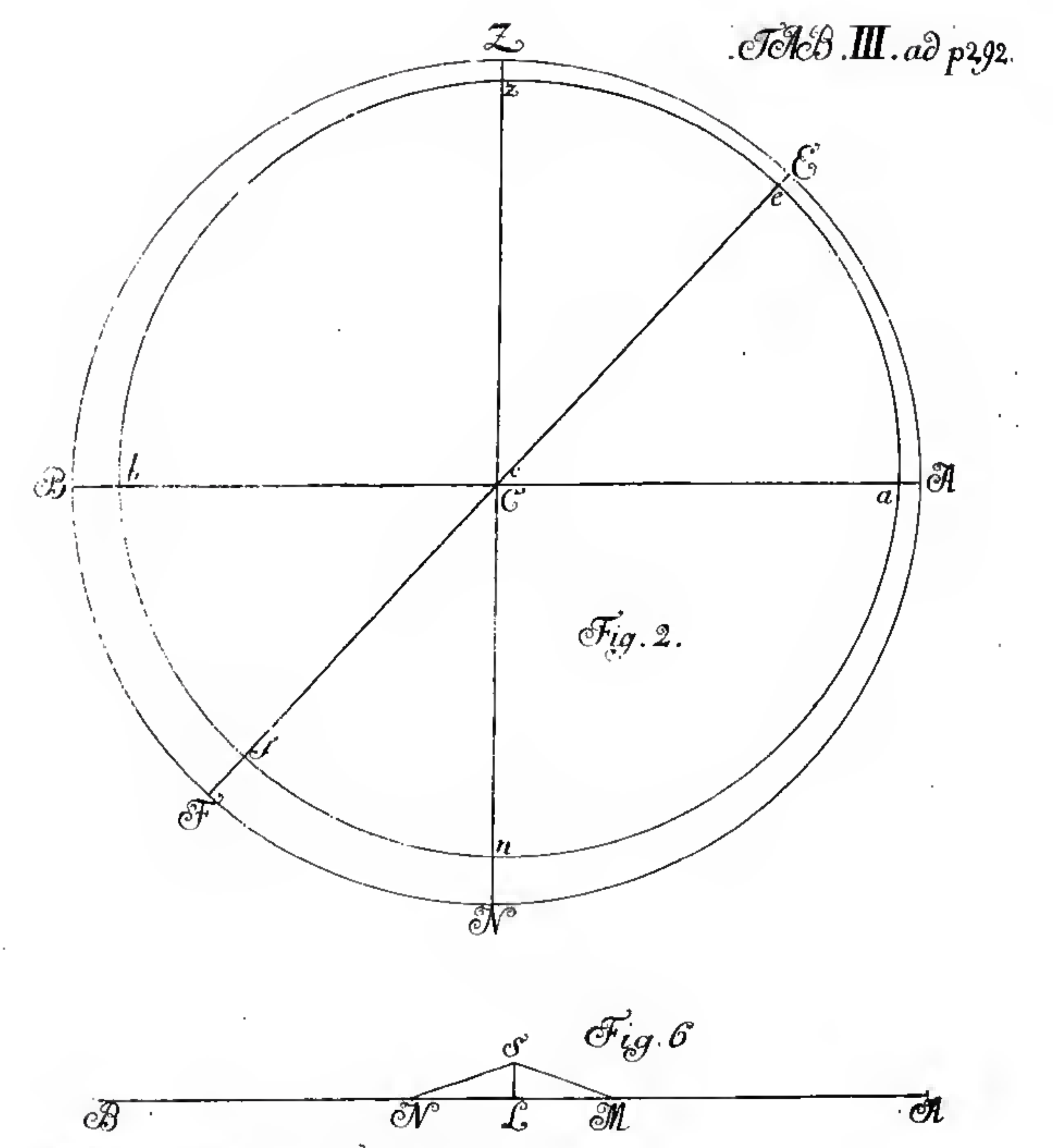


Fig. 1.

Fig. 3.

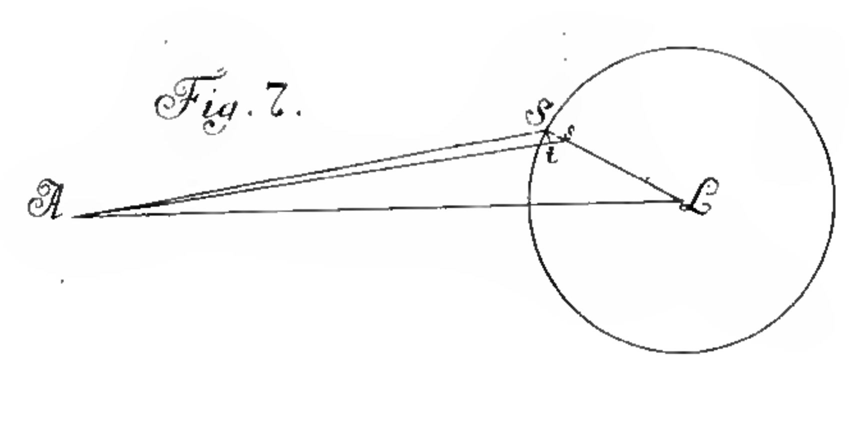
Fig. 5.

Fig. 4.



Mem: de l'Acad: T. IV. ad p. 105.

TAB. IV. ad p. 292.



TAB. V. ad p.

D C H E F a A D b G M Q N P

Fig. 1. D C E F G M A B N P

Fig. 2.

Fig. 3. D C P E F c c c c A d d d B

Fig. 4. P A M m B C